

5.1

Merkitään polkupyörien lukumäärää kirjaimella x ja autojen lukumäärää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Polkupyörät	Autot	Yhteensä
Lukumäärä	x	y	80
Renkaiden määrä	$2x$	$4y$	194

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 2x + 4y = 194 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 63 \text{ ja } y = 17$$

Pihassa oli 63 polkupyörää ja 17 autoa.

Vastaus

63 polkupyörää ja 17 autoa

5.2

Merkitään fasaanien lukumäärää kirjaimella x ja kaniinien lukumäärää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Fasaanit	Kaniinit	Yhteensä
Päiden määrä	x	y	35
Jalkojen määrä	$2x$	$4y$	94

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 23 \text{ ja } y = 12$$

Häkissä on 23 fasaania ja 12 kaniinia.

Vastaus

23 fasaania ja 12 kaniinia

5.3

Merkitään kakkujen lukumäärää kirjaimella x ja pullapellillisten lukumäärää kirjaimella y .

Voi:

Voita menee kakkuun $250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$, eli yhteensä $0,25x$ kg.

Voita menee pullapellilliseen $200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg}$, eli yhteensä $0,2y$ kg.

Leipomiseen on varattu 2 kg voita.

Jauhot:

Jauhoja menee kakkuun $250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$, eli yhteensä $0,25x$ kg.

Jauhoja menee pullapellilliseen $800 \text{ g} = 0,8 \text{ kg}$, eli yhteensä $0,8y$ kg.

Leipomiseen on varattu 5 kg jauhoja.

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} 0,25x + 0,2y = 2 \\ 0,25x + 0,8y = 5 \end{cases} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 4 \text{ ja } y = 5$$

Leivotaan 4 kakkua ja 5 pellillistä pullia.

Vastaus

4 kakkua ja 5 pellillistä pullia

5.4

Merkitään neljän pullan pussien lukumäärää kirjaimella x ja kymmenen pullan pussien lukumäärää kirjaimella y .

Pullien lukumäärä:

Neljän pullan pusseihin pakattujen pullien lukumäärä on $4x$.

Kymmenen pullan pusseihin pakattujen pullien lukumäärä on $10y$.

Yhteensä pullia on 400 .

Tuotot:

Neljän pullan pusseista saatiin rahaa $3,20x$ €.

Kymmenen pullan pusseista saatiin rahaa $6y$ €.

Yhteensä rahaa saatiin 268 €.

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} 4x + 10y = 400 \\ 3,20x + 6y = 268 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 35 \text{ ja } y = 26$$

Neljän pullan pusseja myytiin 35 ja kymmenen pullan pusseja myytiin 26

Vastaus

neljän pullan pusseja 35 ja kymmenen pullan pusseja 26

5.5

Merkitään koko lainapääomaa euroina kirjaimella a .

Merkitään lisäksi valtion tukeman lainan osaa euroina kirjaimella x ja markkinakorkoisen lainan osaa kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Valtion tukeman lainan osa	Markkina-korkoisen lainan osa	Yhteensä
Laina	x	y	a
Korko	$0,025x$	$0,05y$	$0,04a$

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = a \\ 0,025x + 0,04y = 0,05a \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,4a \text{ ja } y = 0,6a$$

Valtion tukemaa lainaa oli 40 % ja markkinakorkoista lainaa 60 % lainan määrästä a .

Vastaus

valtion tukemaa lainaa 40 % ja markkinakorkoista lainaa 60 %

5.6

Merkitään 20 sentin kolikoiden lukumäärää kirjaimella x ja 50 sentin kolikoiden lukumäärää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	20 sentin kolikot	50 sentin kolikot	Yhteensä
Lukumäärä	x	y	154
Arvo (€)	$0,20x$	$0,50y$	63,00

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 154 \\ 0,20x + 0,50y = 63,00 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = \frac{140}{3} \approx 46,97 \text{ ja } y = \frac{322}{3} \approx 107,3$$

Kolikoiden lukumäärät eivät ole kokonaislukuja, joten Joona ei laskenut oikein.

Vastaus

ei laskenut

5.7

Merkitään Matin bruttopalkkiota (palkkion määrä ennen ennakkopidätystä) kirjaimella x ja Miian bruttopalkkiota kirjaimella y .

Yhteensä palkkion määrä on 1200 €.

Matille jää 29 %:n ennakonpidätyksen jälkeen palkasta 71 %, mikä on euroina $0,71x$.

Miiallee jää 37 %:n ennakonpidätyksen jälkeen palkasta 63 %, mikä on euroina $0,63y$.

Ennakkopidätyksen jälkeen Matin ja Miian palkkiot ovat yhtä suuret.

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 0,71x = 0,63y \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = \frac{37800}{67} \approx 564,18 \quad \text{ja} \quad y = \frac{42600}{67} \approx 635,82$$

Matin osuus oli 564,18 euroa ja Miian osuus 635,82 euroa.

Vastaus

Matti 564,18 euroa ja Miia 635,82 euroa

5.8

Merkitään päivällä soitetun puhelun perusmaksua kirjaimella x (€) ja minuuttimaksua kirjaimella y (€/min).

Päiväpuhelu:

Päiväpuhelusta perittiin perusmaksu x (€)

ja 12 minuutin minuuttimaksu $12y$ (€).

Puhelun hinnaksi tuli $2,96$ €.

Iltapuhelu:

Iltapuhelusta perittiin korotettu perusmaksu $1,5x$ (€)

ja 7 minuutilta korotettu minuuttimaksu $1,5 \cdot 7y = 10,5y$ (€).

Puhelun hinnaksi tuli $2,64$ €.

$$\begin{cases} x + 12y = 2,96 \\ 1,5x + 10,5y = 2,64 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,08 \text{ ja } y = 0,24$$

Päivällä soitetun puhelun perusmaksu on $0,08$ € ja minuuttimaksu $0,24$ €/min.

Vastaus

perusmaksu $0,08$ € ja minuuttimaksu $0,24$ €/min

5.9

- a) Merkitään alkoholin määrää litroina kirjaimella x ja veden määrää kirjaimella y .

	Alkoholi	Vesi	Yhteensä
Tilavuus (L)	x	y	1
Paino (kg)	$0,79x$	$1,00y$	0,93

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0,79x + 1,00y = 0,93 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = \frac{1}{3} \approx 0,33 \quad \text{ja} \quad x = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

Yhdessä litrassa seosta on alkoholia 0,33 litraa.

Seoksen alkoholipitoisuus tilavuusprosentteina on 33 %.

- b) Lasketaan alkoholin paino kilogrammoina.

$$0,79x = 0,79 \cdot \frac{1}{3} \approx 0,263 \text{ (kg)}$$

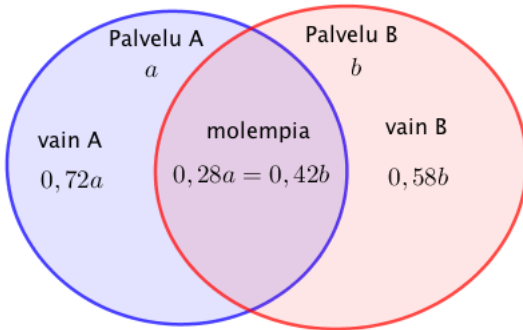
Seos painaa 0,93 kg. Lasketaan seoksen alkoholipitoisuus painoprosentteina.

$$\frac{0,263}{0,93} \approx 0,28 = 28 \%$$

Vastaus

- a) 33 %
b) 28 %

5.10



Merkitään palvelun A käyttäjien määrää kirjaimella a ja palvelun B käyttäjien määrää kirjaimella b .

Molempia palveluita käyttää palvelun A käyttäjistä 28 % ja palvelun B käyttäjistä 42 %.

$$0,28a = 0,42b$$

Palvelun A käyttäjistä $100 \% - 28 \% = 72 \%$ käyttää vain A:ta, mikä on lukumääränä $0,72a$.

Palvelun B käyttäjistä $100 \% - 42 \% = 58 \%$ käyttää vain B:ta, mikä on lukumääränä $0,58b$.

Palveluiden käyttäjiä on yhteensä 5,8 miljoonaa.

$$a + 0,58b = 5,8$$

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan a ja b .

$$\begin{cases} a + 0,58b = 5,8 \\ 0,28a = 0,42b \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$a \approx 4,2 \text{ ja } b \approx 2,8$$

Palvelulla A on 4,2 miljoonaa käyttäjää ja palvelulla B 2,8 miljoonaa.

Vastaus

palvelulla A 4,2 miljoonaa ja palvelulla B 2,8 miljoonaa

5.11

Merkitään lastenlippujen lukumäärää kirjaimella x ja aikuisten lippujen lukumäärää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Lasten liput	Aikuisten liput	Yhteensä
Lukumäärä	x	y	421
Tulot (€)	$2x$	$5y$	1760

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 421 \\ 2x + 5y = 1760 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 115 \text{ ja } y = 306$$

Lastenlippuja myytiin 115 ja aikuisten lippuja 306.

Vastaus

115 lastenlippua ja 306 aikuisten lippua

5.12

Merkitään alkuperäisellä hinnalla myytyjen pullien lukumäärää kirjaimella x ja alennetulla hinnalla myytyjen pullien lukumäärää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Kalliimmat pullat	Halvemmat pullat	Yhteensä
Lukumäärä	x	y	240
Tulot (€)	$1,50x$	$0,75y$	327

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 240 \\ 1,50x + 0,75y = 327 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 196 \quad \text{ja} \quad y = 44$$

Alennetulla hinnalla myytiin 44 pullaa.

Vastaus

44 pullaa

5.13

Merkitään halvemman laadun painoa kilogrammoina kirjaimella x ja kalliimman laadun painoa kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Halvempi kahvilaatu	Kalliimpi kahvilaatu	Uusi kahvilaatu
Paino (kg)	x	y	1
Hinta (€)	$6,50x$	$9,00y$	8,00

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 6,50x + 9,00y = 8,00 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 0,4 \text{ ja } y = 0,6$$

Uuteen kahvilaatuun sekoitetaan $0,4 \text{ kg} = 400 \text{ g}$ halvempaa ja $0,6 \text{ kg} = 600 \text{ g}$ kalliimpaa kahvilaatua.

Vastaus

400 g halvempaa ja 600 g kalliimpaa

5.14

Talletukset:

Merkitään käyttötilille talletettua rahamäärää euroina kirjaimella x ja talletustilille talletettua rahamäärää kirjaimella y .

Yhteensä tileille talletettiin 2150 €.

Korko:

Käyttötilin vuosikorko on 2 %, mikä on euroina $0,02x$.

Talletustilin vuosikorko on 3,5 %, mikä on euroina $0,035y$.

Yhteensä korkoa kertyy vuodessa 64 €.

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 2150 \\ 0,02x + 0,035y = 64 \end{cases} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = 750 \text{ ja } y = 1400$$

Olga talletti käyttötilille 750 euroa ja talletustilille 1400 euroa.

Vastaus

käyttötilille 750 euroa ja talletustilille 1400 euroa

5.15

Merkitään 2,0-prosenttisen suolaliuoksen määrää kilogrammoina kirjaimella x ja 7,0-prosenttisen suolaliuoksen määrää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	2,0 % liuos	7,0 % liuos	3,5 % seos
massa (kg)	x	y	5,0
suolan massa (kg)	$0,02x$	$0,07y$	$0,035 \cdot 5,0 = 0,175$

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = 5,0 \\ 0,02x + 0,07y = 0,175 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 3,5 \text{ ja } y = 1,5$$

Pitää sekoittaa keskenään 3,5 kg 2,0-prosenttista suolaliuosta ja 1,5 kg 7,0-prosenttista suolaliuosta.

Vastaus

2,0-prosenttista liuosta 3,5 kg ja 7,0-prosenttista liuosta 1,5 kg

5.16

Merkitään polttoaineen kulutusta (L/100 km) taajama-ajossa kirjaimella x ja maantieajossa kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Taajama-ajo (L)	Maantieajo (L)	Yhteensä (L)
1. tankkaus	$1,5x$	$3y$	40
2. tankkaus	$2x$	$2y$	38

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} 1,5x + 3y = 40 \\ 2x + 2y = 38 \end{cases}$$

Ratkaistaan x ja y
CAS-laskimella.

$$x \approx 11,3 \text{ ja } y \approx 7,7$$

Polttoaineen kulutus oli taajama-ajossa 11,3 L/100 km ja maantieajossa 7,7 L/100 km.

Vastaus

taajama-ajo 11,3 L/100 km, maantieajo 7,7 L/100 km

5.17

Merkitään perusmaksua euroina kirjaimella x ja minuuttimaksua kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	perusmaksu (€)	alle 20 min (€)	yli 20 min (€)	Yhteensä (€)
8 minuutin yhteys	x	$8y$		4,10
36 minuutin yhteys	x	$20y$	$0,75 \cdot 16y$	8,90

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + 8y = 4,10 \\ x + 20y + 0,75 \cdot 16y = 8,90 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 2,5 \text{ ja } y = 0,2$$

Yhteyden perusmaksu on 2,50 € ja minuuttimaksu 0,20 €/min.

Vastaus

perusmaksu 2,50 € ja minuuttimaksu 0,20 €/min

5.18

Merkitään abiturienttien lukumäärää kirjaimella x ja laskun loppusummaa euroina kirjaimella y .

Jos jokainen abiturientti maksaa 25 euroa, he maksavat yhteensä $25x$ euroa. Tämä riittää laskun y maksamiseen ja yli jää 3 euroa:

$$25x = y + 3$$

Jos jokainen abiturientti maksaa 27 euroa, he maksavat yhteensä $27x$ euroa. Tämä riittää laskun y ja 10 %:n tipin $0,10y$ maksamiseen ja yli jää 0,80 euroa:

$$27x = y + 0,10y + 0,80$$

$$27x = 1,10y + 0,80$$

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} 25x = y + 3 \\ 27x = 1,10y + 0,80 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 5 \text{ ja } y = 122$$

Abiturientteja on 5 ja laskun loppusumma on 122 €.

Vastaus

122 €, viisi abiturienttia

5.19

Merkitään seoksen määrää alussa kirjaimella a .

Merkitään lisäksi aineen A määrää kirjaimella x ja aineen B määrää kirjaimella y .

Kootaan tiedot taulukkoon.

	Aineen A määrä	Aineen B määrä	Seoksen määrä
Alussa	x	y	a
Vuoden kuluttua	$0,88x$	$0,60y$	$0,70a$

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan x ja y .

$$\begin{cases} x + y = a \\ 0,88x + 0,6y = 0,7a \end{cases}$$

Ratkaistaan x ja y
CAS-laskimella.

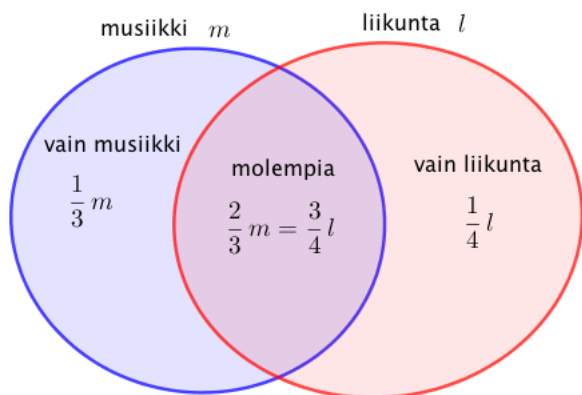
$$x \approx 0,36a \text{ ja } y \approx 0,64a$$

ensimmäistä mittausta tehtäessä aineen A määrä oli 36 % ja aineen B määrä 63 % seoksen määrästä a .

Vastaus

ainetta A 36 % ja ainetta B 64 %

5.20



Merkitään musiikkia harrastaneiden lukumäärää kirjaimella m ja liikuntaa harrastaneiden lukumäärää kirjaimella l .

Molempia aineita harrasti kaksi kolmasosaa musiikin harrastajista ja kolme neljäsosaa liikunnan harrastajista.

$$\frac{2}{3}m = \frac{3}{4}l$$

Vain musiikkia harrastaneiden määrä on $m - \frac{2}{3}m = \frac{1}{3}m$.

Vain liikuntaa harrastaneiden määrä on $l - \frac{3}{4}l = \frac{1}{4}l$.

Harrastajia on yhteensä 286.

$$m + \frac{1}{4}l = 286$$

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan m ja l .

$$\begin{cases} \frac{2}{3}m = \frac{3}{4}l \\ m + \frac{1}{4}l = 286 \end{cases}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$m = 234 \text{ ja } l = 208$$

Musiikkia harrastaa 234 opiskelijaa ja liikuntaa 208 opiskelijaa.

Vastaus

Musiikkia harrastaa 234 opiskelijaa ja liikuntaa 208 opiskelijaa.